

## 8 класс алгебра

### Решение систем неравенств с одной переменной

**Задача.** Турист вышел с турбазы по направлению к станции, расположенной на расстоянии 20 км. Если турист увеличит скорость на 1 км/ч, то за 4 ч он пройдёт расстояние, большее 20 км. Если он уменьшит скорость на 1 км/ч, то даже за 5 ч не успеет дойти до станции. Какова скорость туриста?

► Пусть скорость туриста равна  $x$  км/ч. Если турист будет идти со скоростью  $(x + 1)$  км/ч, то за 4 ч он пройдёт  $4(x + 1)$  км. По условию задачи  $4(x + 1) > 20$ . Если турист будет идти со скоростью  $(x - 1)$  км/ч, то за 5 ч он пройдёт  $5(x - 1)$  км. По условию задачи  $5(x - 1) < 20$ .

Требуется найти те значения  $x$ , при которых верно как неравенство  $4(x + 1) > 20$ , так и неравенство  $5(x - 1) < 20$ , т. е. найти общие решения этих неравенств. В таких случаях говорят, что надо решить систему неравенств, и используют запись

$$\begin{cases} 4(x + 1) > 20, \\ 5(x - 1) < 20. \end{cases}$$

Заменив каждое неравенство системы равносильным ему неравенством, получим систему

$$\begin{cases} x > 4, \\ x < 5. \end{cases}$$

Значит, значение  $x$  должно удовлетворять условию  $4 < x < 5$ .

Ответ: скорость туриста больше 4 км/ч, но меньше 5 км/ч. ◀

**Определение.** Решением системы неравенств с одной переменной называется значение переменной, при котором верно каждое из неравенств системы.

Решить систему — значит найти все её решения или доказать, что решений нет.

**Пример 1.** Решим систему неравенств

$$\begin{cases} 2x - 1 > 6, \\ 5 - 3x > -13. \end{cases}$$

► Имеем

$$\begin{cases} 2x > 7, \\ -3x > -18. \end{cases}$$

Отсюда

$$\begin{cases} x > 3,5, \\ x < 6. \end{cases}$$



Рис. 44

Решениями системы являются значения  $x$ , удовлетворяющие каждому из неравенств  $x > 3,5$  и  $x < 6$ . Изобразив на координатной прямой множество чисел,

удовлетворяющих неравенству  $x > 3,5$ , и множество чисел, удовлетворяющих неравенству  $x < 6$  (рис. 44), найдём, что оба неравенства верны при  $3,5 < x < 6$ . Множеством решений системы является интервал  $(3,5; 6)$ .

Ответ можно записать в виде интервала  $(3,5; 6)$  или в виде двойного неравенства  $3,5 < x < 6$ , задающего этот интервал. ◁

**Пример 2.** Решим систему неравенств

$$\begin{cases} 3x - 2 > 25, \\ 1 - x < 0. \end{cases}$$

► Имеем

$$\begin{cases} 3x > 27, \\ -x < -1; \\ \begin{cases} x > 9, \\ x > 1. \end{cases} \end{cases}$$

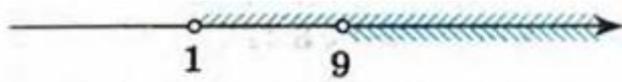


Рис. 45

Изобразим на координатной прямой множества решений каждого из полученных неравенств (рис. 45). Оба

неравенства верны при  $x > 9$ . Ответ можно записать в виде неравенства  $x > 9$  или в виде открытого числового луча  $(9; +\infty)$ , задаваемого этим неравенством. ◀

**Пример 3.** Решим систему неравенств

$$\begin{cases} 2 - x > 0, \\ 0,2x - 1 < 0. \end{cases}$$

▶ Имеем

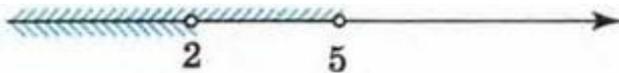


Рис. 46

Используя координатную прямую, найдём общие решения неравенств  $x < 2$  и  $x < 5$ , т.е. пересечение множеств их

решений (рис. 46). Мы видим, что пересечение этих множеств состоит из чисел, удовлетворяющих условию  $x < 2$ , т. е. представляет собой открытый числовой луч  $(-\infty; 2)$ .

Ответ:  $(-\infty; 2)$ . ◀

**Пример 4.** Решим систему неравенств

$$\begin{cases} 1 - 5x > 11, \\ 6x - 18 > 0. \end{cases}$$

▶ Имеем

$$\begin{cases} -5x > 10, \\ 6x > 18; \\ \begin{cases} x < -2, \\ x > 3. \end{cases} \end{cases}$$

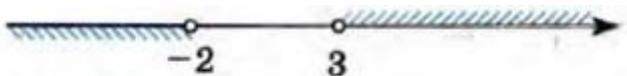


Рис. 47

Используя координатную прямую (рис. 47), найдём, что множество чисел, удовлетворяющих

неравенству  $x < -2$ , и множество чисел, удовлетворяющих неравенству  $x > 3$ , не имеют общих элементов, т. е. их пересечение пусто. Данная система неравенств не имеет решений.

Ответ: решений нет.

Решить: №876, №882(в,г) , П35(изучить)